



Projekt 2: Vandmiljø i Skive fjord II

Formaliteter, struktur og forventninger – 2. obligatoriske opgave

I dette projekt er målet at formulere en passende multipel lineær regressionsmodel, der beskriver koncentrationen af phytoplankton i Skive fjord. Opgaven skal i praksis løses ved hjælp af den statistiske software R. Rundt omkring i opgaven er der givet forslag til R-koden, men udover det er det en god idé at se på R-koden fra projekt 1 samt f.eks. kapitel 5 og 6 i bogen.

Besvarelsen skal dokumentere den gennemførte analyse ved tabeller, grafer, passende matematisk notation og tekst der beskriver analysens resultater. Relevante grafer og tabeller skal indgå i sammenhæng med teksten – ikke som bilag. Præsenter resultaterne fra jeres analyser på samme måde, som I ville videreformidle dem til andre fagfæller. Inddel besvarelsen i et underafsnit for hvert af de stillede spørgsmål.

Besvarelsen skal afleveres som pdf-fil. R-kode bør ikke indgå i besvarelsen, men vedlægges som bilag (i form af en .R-fil). Besvarelsen samt bilag afleveres under Opgaver på Learn ved: Projekt 2:Vandmiljø i Skive fjord II

En samlet besvarelse bør ikke overstige 6 sider (ekskl. plots, tabeller og bilag). En side udgør 2400 anslag.

Grafer og tabeller kan IKKE stå alene - det er altså vigtigt, at I beskriver og fortolker outputtet fra R med ord.

Når I bliver bedt om at angive en formel, indsætte tal og derefter foretage en beregning er det vigtigt, at I viser I har gjort dette ved at inkludere nogle mellemregninger. (Disse steder er det ikke nok at anføre resultater aflæst i R). Husk også at et hypotesetest

består af følgende elementer: Angivelse af hypotese og signifikansniveau (α), teststørrelse inkl. dennes fordeling og p -værdi, samt en konklusion med ord.

Grafer og tabeller indgår ikke i opgørelsen af besvarelsens længde. Det er dog IKKE i sig selv en fordel at medtage mange plots, hvis de ikke er relevante!

I må gerne arbejde sammen i grupper, men besvarelsen af opgaven skal skrives individuelt. Spørgsmål omkring projektet kan rettes til hjælpelæren, se retningslinjerne på siden *Projects* på kursets hjemmeside.

Data

Indlæs datasættet `skivefjord2_data.csv`. Følgende R-kode kan benyttes:

```
# Indlæs 'skivefjord2_data.csv' filen med data
D <- read.table("skivefjord2_data.csv", header = TRUE, sep = ";")
```

Skive fjord er en del af Limfjordssystemet, der adskiller Nordjylland fra resten af Jylland. Fjorden overvåges intensivt gennem det nationale maritime overvågningsprogram. Dette giver et godt datamateriale til at vurdere vandmiljø tiltag, men også forskellige biologiske sammenhænge i fjorden.

Datasættet til dette projekt omfatter observationer af fem variable:

- `year`: Årstal hvor observationen er foretaget
- `month`: Måned hvor observationen er foretaget
- `totalP`: Total fosforkoncentration i Skive fjord (g/m^3)
- `chlorophyl`: Klorofylkoncentrationen i Skive fjord (g/m^3)
- `temp`: Temperatur i overfladevandet ($^{\circ}\text{C}$, ved 0-1 m dybde)

Tilføj følgende variabel med logaritme-transformerede klorofylkoncentrationer til datasættet:

```
# Tilføj log-klorofyl til datasættet
D$logchlorophyl <- log(D$chlorophyl)
```

Phytoplankton er en synlig indikator for kvaliteten af vandmiljøet, idet vandet bliver grønt og ulækkert, hvis der er høje koncentrationer af phytoplankton. Vi vil i dette projekt fokusere på phytoplankton som miljøindikator. Koncentrationen af phytoplankton

bestemmes gennem koncentrationen af klorofyl (grøntkorn i plankton). Phytoplankton har brug for næringsstoffer som kvælstof/nitrat og fosfor samt lys for at vokse. Desuden har temperaturen også betydning for væksten.

Statistisk analyse

- a) Lav en kort deskriptiv analyse og opsummering af data for variablene totalP, logchlorophyl og temp. Inkluder scatterplots af logaritmen til klorofylkoncentrationen mod de to andre variable, samt histogrammer og boxplots af alle tre variable. Der skal også være en tabel med opsummerende størrelser, som for hver variabel inkluderer antal observationer, gennemsnit, standardafvigelse, median samt 25%- og 75%-fraktiler. Angiv også hvilken tidsperiode observationerne dækker over.

Der skal kun opstilles en statistisk model på baggrund af de første 234 observationer i datasættet. De resterende seks observationer (juli - december 2003) skal vi senere bruge til at vurdere modellens evne til at prædiktere. Benyt f.eks. følgende R-kode til at dele datasættet op i et nyt deldatasæt, der benyttes til at estimere modellen (D_model), og et der benyttes til validering af modellens prædiktionssevne (D_test):

```
# Deldatasæt med de første 234 observationer (til model)
D_model <- D[1:234, ]

# Deldatasæt med de sidste 6 observationer (til validering)
D_test <- D[235:240,]
```

- b) Opstil en multipel lineær regressionsmodel med logaritmen til klorofylkoncentrationen som responsvariabel (Y_i), og med den totale fosforkoncentration og overfladetemperaturen som forklarende variable (hhv. $x_{1,i}$ og $x_{2,i}$). Husk at angive forudsætningerne/de statistiske antagelser for modellen. (Se bemærkning 5.6, ligning (6-1) og eksempel 6.1).
- c) Estimer modellens parametre, som består af regressionskoefficienterne, her kaldet β_0 , β_1 , β_2 , og residualernes varians, σ^2 . Brug evt. følgende R-kode:

```
# Estimer multipel lineær regressionsmodel
fit <- lm(logchlorophyl ~ totalP + temp, data = D_model)

# Vis estimerede parametre mm.
summary(fit)
```

Giv en fortolkning af estimererne $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\beta}_2$, hvor du forklarer, hvad de siger om relationen mellem logaritmen til klorofylkoncentrationen og de to forklarende variable i modellen. (Se bemærkning 6.14). Angiv også de estimerede standardafvigelser for $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\beta}_2$, frihedsgraderne anvendt til estimatet af residualernes varians $\hat{\sigma}^2$, samt modellens forklarede varians, R^2 .

- d) Foretag modelkontrol for at undersøge, om forudsætningerne for modellen (modellens antagelser) er opfyldte. Benyt de plots, der kan laves ved hjælp af R-koden nedenfor, som udgangspunkt for din vurdering. (Se afsnit 6.4 om residualanalyse).

```
# Plots til modelkontrol

# Observationer mod fittede værdier
plot(fit$fitted.values, D_model$logchlorophyl,
      xlab = "Fittede værdier", ylab = "log(klorofylkoncentration)")

# Residualer mod hver af de forklarende variable
plot(D_model$FORKLARENDE_VARIABEL, fit$residuals,
      xlab = "INDSÆT TEKST", ylab = "Residualer")

# Residualer mod fittede værdier
plot(fit$fitted.values, fit$residuals, xlab = "Fittede værdier",
      ylab = "Residualer")

# Normal QQ-plot af residualerne
qqnorm(fit$residuals, ylab = "Residualer", xlab = "Z-scores",
        main = "")
qqline(fit$residuals)
```

- e) Angiv formelen for et 95% konfidensinterval for koefficienten for den totale fosforkoncentration, her kaldet β_1 . (Se metode 6.5). Indsæt tal i formelen og beregn konfidensintervallet. Benyt derefter nedenstående R-kode til at kontrollere resultatet og til at bestemme konfidensintervaller for de to andre koefficienter i modellen.

```
# Konfidensintervaller for modellens koefficienter
confint(fit, level = 0.95)
```

- f) Man er interesseret i, om β_1 kunne have værdien 5. Opstil den tilsvarende hypotese. Anvend signifikansniveauet $\alpha = 0.05$. Angiv formelen for den relevante teststørrelse (se metode 6.4), indsæt tal og beregn teststørrelsen. Angiv fordelingen af teststørrelsen (inkl. frihedsgrader), beregn p -værdien og konkluder.
- g) Undersøg ved *backward selection* om modellen kan reduceres. (Se eksempel 6.13). Husk at reestimere modellen undervejs, hvis der kan foretages reduktion af modellen. Angiv slutmodellen og estimater for dens parametre.
- h) Tag udgangspunkt i din slutmodel fra forrige spørgsmål. Bestem prædikterede værdier og 95% prædiktionsintervaller for logaritmen til klorofylkoncentrationen for hver af de seks observationer i valideringsdatasættet (D_{test}). Se eksempel 6.8, metode 6.9 og R-koden nedenfor. Sammenlign prædiktionerne med de observerede log-klorofyl værdier for disse seks observationer og lav en vurdering af modellens evne til at prædiktere.

```
# Prædiktioner og 95% prædiktionsintervaller
pred <- predict(SLUTMODEL, newdata = D_test, interval = "prediction",
               level = 0.95)

# Observerede værdier sammen med prædiktioner
cbind(year = D_test$year, month = D_test$month,
       logchlorophyl = D_test$logchlorophyl, pred)
```

Dvs. skriv ikke formlerne ind i rapporten, men istedet, at I har brugt R funktionen `predict` til beregningerne. Formlerne kræver en matrix formulering, som rækker ud over pensum (for at udlede formlerne kan ligningerne (6-48) og (6-49) bruges sammen med udledningerne der fører til ligningerne (5-57) og (5-58)).