

Skriftlig prøve: 22. Juni 2023

Kursus navn og nr.: **Introduktion to Statistik (02323)**

Varighed: 4 timer

Tilladte hjælpemidler: Alle

Dette sæt er besvaret af

\_\_\_\_\_ (studienummer)

\_\_\_\_\_ (underskrift)

\_\_\_\_\_ (bord nr.)

Opgavesættet består af 30 spørgsmål af “multiple choice” typen, som er fordelt på 11 opgaver. For at besvare spørgsmålene skal du udfylde “multiple choice” siderne på eksamen.dtu.dk.

Der gives 5 point for et korrekt “multiple choice” svar og  $-1$  point for et forkert svar. KUN følgende 5 svarmuligheder er gyldige: 1, 2, 3, 4 eller 5. Hvis et spørgsmål efterlades blankt eller et ugyldigt svar angives, gives der 0 point for spørgsmålet. Endvidere, hvis mere end et svar angives til det samme spørgsmål, hvilket faktisk er teknisk muligt i online-systemet, gives der 0 point for spørgsmålet. Det antal point der kræves, for at opnå en bestemt karakter eller for at bestå eksamen afgøres endeligt ved censureringen.

**Den endelige besvarelse af opgaverne laves ved at udfylde og aflevere online. Skemaet her er KUN et nød-alternativ til dette. Husk at angive dit studienummer, hvis du afleverer på papir.**

|                  |     |     |      |      |       |       |      |      |      |      |
|------------------|-----|-----|------|------|-------|-------|------|------|------|------|
| <b>Opgave</b>    | I.1 | I.2 | II.1 | II.2 | III.1 | III.2 | IV.1 | IV.2 | IV.3 | IV.4 |
| <b>Spørgsmål</b> | (1) | (2) | (3)  | (4)  | (5)   | (6)   | (7)  | (8)  | (9)  | (10) |
| <b>Svar</b>      |     |     |      |      |       |       |      |      |      |      |

|                  |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |
|------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Opgave</b>    | V.1  | V.2  | V.3  | VI.1 | VI.2 | VI.3 | VII.1 | VII.2 | VII.3 | VII.4 |
| <b>Spørgsmål</b> | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) | (17)  | (18)  | (19)  | (20)  |
| <b>Svar</b>      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |

|                  |        |        |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------|--------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <b>Opgave</b>    | VIII.1 | VIII.2 | IX.1 | IX.2 | IX.3 | X.1  | X.2  | X.3  | XI.1 | XI.2 |
| <b>Spørgsmål</b> | (21)   | (22)   | (23) | (24) | (25) | (26) | (27) | (28) | (29) | (30) |
| <b>Svar</b>      |        |        |      |      |      |      |      |      |      |      |

Eksamenssættet består af 25 sider.

Fortsæt på side 2

**Multiple choice opgaver:** Der gøres opmærksom på, at der i hvert spørgsmål er *én* og *kun én* svarmulighed, som er rigtig. Endvidere er det ikke givet, at alle de anførte alternative svarmuligheder er meningsfulde. Husk altid at afrunde dit eget resultat til antallet af decimaler givet i svarmulighederne før du vælger et svar. Husk også, at der kan forekomme små afvigelser mellem resultatet af bogens formler og tilsvarende indbyggede funktioner i R.

### Opgave I

En forsker er interesseret i at sammenligne den gennemsnitlige vægtøgning (i gram) for tre forskellige grupper af mus fodret med tre forskellige diæter. Data er angivet nedenfor.

```
group1 <- c(27, 22, 18, 26, 24)
group2 <- c(32, 22, 32, 25, 25)
group3 <- c(29, 25, 30, 30, 24)
```

#### Spørgsmål I.1 (1)

Udfør en envejs ANOVA og test den sædvanlige nulhypotese om samme behandlingsmiddelværdier på signifikansniveau  $\alpha = 0.05$ . Er der en signifikant forskel i vægtøgning blandt de tre grupper?

- 1   $p$ -værdien er 0.03. Forskellen mellem gruppemiddelværdier er ikke signifikant, fordi  $p$ -værdien er mindre end 0.05.
- 2   $p$ -værdien er 0.1879. Forskellen mellem gruppemiddelværdier er ikke signifikant, fordi  $p$ -værdien er større end 0.05.
- 3   $p$ -værdien er 0.1879. Forskellen mellem gruppemiddelværdier er signifikant, fordi  $p$ -værdien er større end 0.05.
- 4   $p$ -værdien er 0.3758. Forskellen mellem gruppemiddelværdier er signifikant, fordi  $p$ -værdien er større end 0.05.
- 5   $p$ -værdien er 0.03. Forskellen mellem gruppemiddelværdier er signifikant, fordi  $p$ -værdien er mindre end 0.05.

Fortsæt på side 3

## Spørgsmål I.2 (2)

Eksperimentet beskrevet ovenfor blev gentaget (samme antal mus) af en anden forsker, som indsamlede et andet datasæt. Igen blev envejs ANOVA brugt til at teste for signifikant forskel mellem behandlingsmiddelværdier. Følgende ANOVA-tabel blev udregnet. Bemærk at nogle elementer er blevet erstattet af spørgsmålstegn.

```
## Analysis of Variance Table

## Response: weight_gain
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## group      2  78.53  39.267   1.069 0.3739
## Residuals  ? 440.80      ?
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

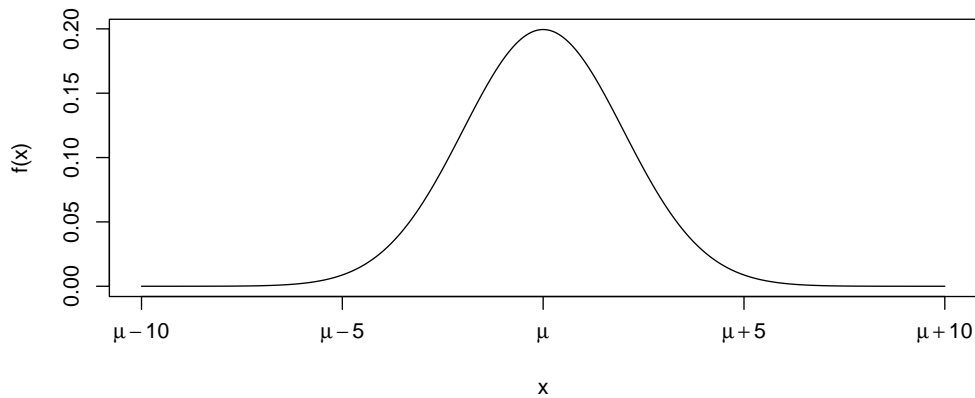
Hvilket af følgende udsagn er korrekt?

- 1   $Df(\text{Residuals}) = 14$  og  $\text{Mean Sq}(\text{Residuals}) = 31.486$ .
- 2   $Df(\text{Residuals}) = 15$  og  $\text{Mean Sq}(\text{Residuals}) = 29.387$ .
- 3   $Df(\text{Residuals}) = 12$  og  $\text{Mean Sq}(\text{Residuals}) = 36.733$ .
- 4   $Df(\text{Residuals}) = 14$  og  $\text{Mean Sq}(\text{Residuals}) = 2.805$ .
- 5   $Df(\text{Residuals}) = 13$  og  $\text{Mean Sq}(\text{Residuals}) = 3.021$ .

Fortsæt på side 4

## Opgave II

Lad den stokastiske variabel  $X$  være normalfordelt med middelværdi  $\mu$  og standardafvigelse  $\sigma = 2$ , dvs.  $X \sim N(\mu, 2^2)$ . Dens tæthedsfunktion er:



### Spørgsmål II.1 (3)

Lad en anden stokastisk variabel være defineret ved funktionen

$$Y_1 = a_1 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X$$

Hvad er middelværdien og variansen af  $Y_1$ ?

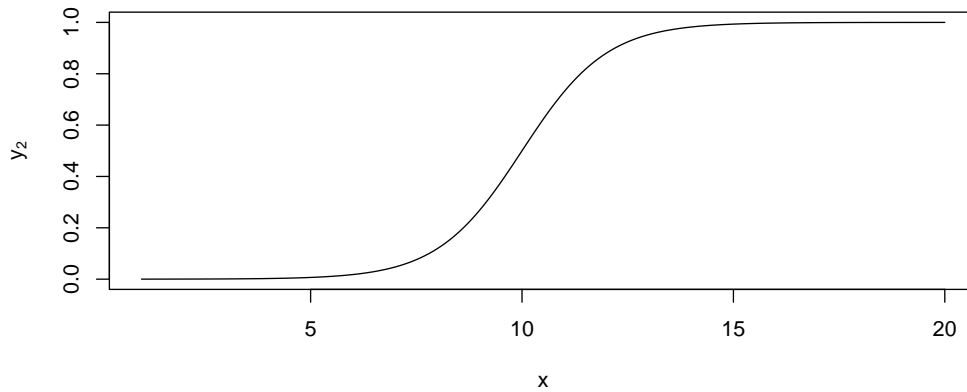
- 1   $E(Y_1) = a_1 + (b_1 + b_2)\mu$  og  $V(Y_1) = (b_1 + b_2)^2 \cdot 4$
- 2   $E(Y_1) = a_1 + b_1 + b_2$  og  $V(Y_1) = b_1^2 + b_2^2$
- 3   $E(Y_1) = a_1 + b_1 + b_2$  og  $V(Y_1) = b_1 + b_2$
- 4   $E(Y_1) = 0$  og  $V(Y_1) = b_1^2 + b_2^2$
- 5   $E(Y_1) = 0$  og  $V(Y_1) = b_1 + b_2$

### Spørgsmål II.2 (4)

Lad en anden stokastisk variabel være defineret ved funktionen

$$Y_2 = \frac{1}{1 + \exp(a_2 + b_2 \cdot X)}$$

hvor  $a_2 = 10$  og  $b_2 = -1$ . Et plot af denne funktion er:



Denne funktion kaldes den logistiske funktion (eller Sigmoid-funktionen).

Notationen  $V(Y_2|\mu = \mu_0)$  betyder variansen af  $Y_2$ , når  $\mu$  er lig med  $\mu_0$ . F.eks. er  $V(Y_2|\mu = 0)$  variansen af  $Y_2$ , når  $\mu$  er lig med 0.

Hvilket af følgende udsagn er korrekt?

- 1   $V(Y_2|\mu = 0) < V(Y_2|\mu = 10) < V(Y_2|\mu = 20)$
- 2   $V(Y_2|\mu = 0) < V(Y_2|\mu = 20) < V(Y_2|\mu = 10)$
- 3   $V(Y_2|\mu = 0) = V(Y_2|\mu = 20) = V(Y_2|\mu = 10)$
- 4   $V(Y_2|\mu = 0) = V(Y_2|\mu = 20) < V(Y_2|\mu = 10)$
- 5   $V(Y_2|\mu = 20) < V(Y_2|\mu = 10) < V(Y_2|\mu = 0)$

Fortsæt på side 6

### Opgave III

I et statistikkursus med 589 studerende skal alle studerende til en eksamen med 2 dele, der hver varer 2 timer. De kursusansvarlige er interesseret i at vurdere, om de to dele har været lige svære ved at sammenligne pointgennemsnittene for de to dele.

#### Spørgsmål III.1 (5)

Hvilken test skal de kursusansvarlige anvende for at vurdere, om pointgennemsnittene for de to dele er ens?

- 1  En ensidet variansanalyse
- 2  En  $F$ -test med 2 og 589 frihedsgrader
- 3  En  $t$ -test med to stikprøver, hvor varianserne antages at være ens
- 4  En  $t$ -test med to stikprøver med en sammenvægtet varians
- 5  En parret  $t$ -test

#### Spørgsmål III.2 (6)

En af de kursusansvarlige giver det samme kursus (med den samme eksamen) på et andet universitet, hvor 240 studerende er indskrevet på kurset og tager eksamen. Nogle deskriptive nøgletal for eksamensresultaterne på de to universiteter kan findes i den nedenstående tabel:

|                  | Universitet A | Universitet B |
|------------------|---------------|---------------|
| Studerende       | 589           | 240           |
| Pointgennemsnit  | 736.4         | 769.9         |
| Varians af point | 169.1         | 402.7         |

Når den kursusansvarlige skal udregne 90% konfidensintervallet for forskellen i pointgennemsnit (uden at antage varianserne på de to universiteter er ens), skal den kursusansvarlige bruge en fraktil fra en  $t$ -fordeling. Hvilken fraktil og hvilket antal frihedsgrader i  $t$ -fordelingen skal den kursusansvarlige bruge i sine beregninger?

- 1  10% fraktilen fra  $t$ -fordelingen med 323.93 frihedsgrader
- 2  90% fraktilen fra  $t$ -fordelingen med 829 frihedsgrader
- 3  90% fraktilen fra  $t$ -fordelingen med 323.93 frihedsgrader
- 4  95% fraktilen fra  $t$ -fordelingen med 829 frihedsgrader

5 □ 95% fraktilen fra  $t$ -fordelingen med 323.93 frihedsgrader

Fortsæt på side 7

## Opgave IV

Den 14. april 1912 ramte passagerskibet Titanic et isbjerg og sank den følgende dag. Nedenstående tabel viser antallet af overlevende og det samlede antal passagerer fordelt på forskellige passagerkategorier.

| Klasse      | 1.  | 2.  | 3.  | Ansatte | Total |
|-------------|-----|-----|-----|---------|-------|
| Overlevende | 202 | 117 | 178 | 212     | 709   |
| Total       | 325 | 285 | 706 | 885     | 2201  |

### Spørgsmål IV.1 (7)

Baseret på tabellen ovenfor, hvad er et 95% konfidensinterval for sandsynligheden for overlevelse (uanset passagerkategori) givet data?

- 1  [0.66, 0.70]
- 2  [0.30, 0.34]
- 3  [0.45, 0.50]
- 4  [0.46, 0.49]
- 5  [0.66, 0.69]

### Spørgsmål IV.2 (8)

Er der en statistisk signifikant forskel i overlevelsessandsynligheden mellem besætningen og 3. klasses passagerer ved brug af et 5% signifikansniveau (både argumentet og konklusionen skal være korrekt)?

- 1  Ja, da teststørrelsen for den relevante test er -1.67
- 2  Nej, da teststørrelsen for den relevante test er 0.66
- 3  Ja, da teststørrelsen for den relevante test er 1.67
- 4  Nej, da  $p$ -værdien for den relevante test er 0.41
- 5  Nej, da  $p$ -værdien for den relevante test er 0.56

Fortsæt på side 9



### Spørgsmål IV.3 (9)

Vi ser nu på hele tabellen. Hvad er den relevante observerede teststørrelse ( $q$ ), kritiske værdi ( $CV$ ) og konklusion for en test af hypotesen om, at overlevelsessandsynligheden er den samme på tværs af alle klasser, ved brug af signifikansniveau  $\alpha = 0.05$ ?

- 1   $q=187.1$ ,  $CV=7.8$ , der er derfor en signifikant forskel
- 2   $q=84.37$ ,  $CV=15.5$ , der er derfor en signifikant forskel
- 3   $q=84.37$ ,  $CV=7.8$ , der er derfor en signifikant forskel
- 4   $q=187.1$ ,  $CV=15.5$ , der er derfor ikke en signifikant forskel
- 5   $q=84.37$ ,  $CV=7.8$ , der er derfor ikke en signifikant forskel

### Spørgsmål IV.4 (10)

Man ønsker at teste, om 1. classes passagerers overlevelsessandsynlighed afviger med mere end 20 procentpoint i forhold til gennemsnittet af alle andre passagerer. Hvilket af følgende udsagn er korrekt (ved brug af signifikansniveau  $\alpha = 0.05$ )?

- 1  Da  $\hat{p}_{første} - \hat{p}_{andre} = 0.35$  er der en signifikant forskel og den er større end 0.2
- 2  Det relevante konfidensinterval er  $[0.29, 0.41]$ , og dermed er overlevelsessandsynligheden for 1. classes passagerer mindst 20 procentpoint højere end andre passagerers overlevelsessandsynlighed.
- 3  0.2 er ikke inkluderet i det relevante konfidensinterval, som er  $[0.29, 0.41]$ , og der er derfor ikke en signifikant forskel
- 4  Det relevante konfidensinterval er  $[0.33, 0.37]$ , og dermed er overlevelsessandsynligheden for 1. klasse passagerer mindst 20 procentpoint højere end andre passagerers overlevelsessandsynlighed
- 5  0.2 er ikke inkluderet i det relevante konfidensinterval, som er  $[0.33, 0.37]$ , og der er derfor ikke en signifikant forskel

Fortsæt på side 10

## Opgave V

En skoleklasse med 20 børn samler affald på en strand. Det antages, at middelværdien af det indsamlede affald er 1 kg/barn med en standardafvigelse på 0.2 kg/barn.

### Spørgsmål V.1 (11)

Hvis mængden af affald, der indsamles af hvert barn, antages at være uafhængigt, hvad er da standardafvigelsen ( $\sigma$ ) for alt det indsamlede affald?

- 1   $\sigma = 4.0$  kg
- 2   $\sigma = 0.8$  kg
- 3   $\sigma = 0.18$  kg
- 4   $\sigma = 2.0$  kg
- 5   $\sigma = 0.89$  kg

### Spørgsmål V.2 (12)

Efter at de kom tilbage, havde et af børnene samlet 21 genstande, hvoraf 6 var lavet af plastik. Hun bliver nu bedt om at vælge 5 genstande tilfældigt, der skal diskuteres. Hvad er sandsynligheden for, at 3 af dem er lavet af plastik?

- 1  0.103
- 2  0.247
- 3  0.119
- 4  0.023
- 5  0.052

Fortsæt på side 11

**Spørgsmål V.3 (13)**

I gennemsnit er 32% af affaldet lavet af plastik. Et andet barn indsamlede 18 stykker affald, hvad er chancen for at 3 af disse stykker er lavet af plastic?

1  0.082

2  0.100

3  0.124

4  0.876

5  0.958

Fortsæt på side 12

## Opgave VI

Afdelingen for kvalitetssikring og -kontrol på en slikfabrik har udtaget en stikprøve på 26 chokoladebarer af et bestemt mærke. Efter at have vejret alle chokoladebarerne i stikprøven har man beregnet, at gennemsnitsvægten er 200.3 gram, mens den observerede standardafvigelse er 0.75 gram.

### Spørgsmål VI.1 (14)

Hvad er 95% konfidensintervallet for standardafvigelsen?

- 1  [0.346, 1.072]
- 2  [0.588, 1.035]
- 3  [0.611, 0.981]
- 4  [0.447, 1.053]
- 5  [0.462, 1.038]

### Spørgsmål VI.2 (15)

Slikfabrikken ønsker at teste nulhypotesen  $\mathcal{H}_0 : \mu = 200$  gram (mod en tosidet alternativ hypotese) med en  $t$ -test. Hvilket af de følgende udsagn er korrekt? (Både forklaringen og konklusionen skal være korrekt)

- 1  Nulhypotesen forkastes på et 5% signifikansniveau, da teststørrelsen er større end  $t_{0.975}(26)$
- 2  Nulhypotesen accepteres på et 5% signifikansniveau, da teststørrelsen er større end  $t_{0.975}(26)$
- 3  Nulhypotesen forkastes på et 5% signifikansniveau, da teststørrelsen er større end  $t_{0.975}(25)$
- 4  Nulhypotesen accepteres på et 10% signifikansniveau, da teststørrelsen er større end  $t_{0.95}(25)$
- 5  Nulhypotesen forkastes på et 10% signifikansniveau, da teststørrelsen er større end  $t_{0.95}(25)$

Fortsæt på side 13

### Spørgsmål VI.3 (16)

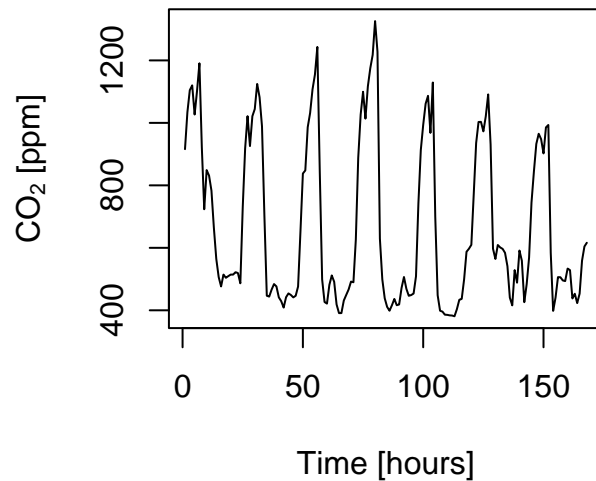
Slikfabrikken planlægger et andet eksperiment for at undersøge gennemsnitsvægten yderligere. Afdelingen for kvalitetssikring og -kontrol ønsker at kunne opdage en forskel i gennemsnitsvægt på 0.3 gram (mod en tosidet alternativ hypotese), når afdelingen bruger 0.75 gram som et estimat for standardafvigelsen. Endvidere ønsker afdelingen, at både type I and type II fejlratene ikke må være højere end 5%. Hvad er det mindste antal chokoladebarer, som skal inkluderes i eksperimentet, for at overholde afdelingens krav?

- 1  10 eller 12 afhængigt af om man benytter normalfordelingsapproksimationen
- 2  68 eller 70 afhængigt af om man benytter normalfordelingsapproksimationen
- 3  82 eller 84 afhængigt af om man benytter normalfordelingsapproksimationen
- 4  97 eller 98 afhængigt af om man benytter normalfordelingsapproksimationen
- 5  162 eller 164 afhængigt af om man benytter normalfordelingsapproksimationen

Fortsæt på side 14

## Opgave VII

CO<sub>2</sub> koncentrationen er en vigtig faktor for trivsel i indemiljøet, figuren nedenfor viser timeværdier af CO<sub>2</sub> koncentrationen [ppm] i løbet af en uge i et rum i en bolig. Variansen af den naturlige logaritme af CO<sub>2</sub>-koncentrationen er 0.137.



Som en indledende analyse modelleres CO<sub>2</sub> koncentrationen som en funktion af tidspunktet på dagen ved hjælp af modellen

$$Y_i = \beta_0 + x_{1,i}\beta_1 + x_{2,i}\beta_2 + \epsilon_i,$$

hvor  $Y_i$  er den naturlige logaritme af CO<sub>2</sub> koncentrationen på tidspunktet  $i$ ,  $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  og iid., og

$$x_{1,i} = \sin\left(2\pi\frac{h_i}{24}\right)$$
$$x_{2,i} = \cos\left(2\pi\frac{h_i}{24}\right),$$

hvor  $h_i$  er klokkeslæt (målt i timer) for observation  $i$ .

Modellen er estimeret, og resultatet er givet nedenfor (nogle tal er erstattet af bogstaver);

Call:

```
lm(formula = y ~ x1 + x2)
```

Residuals:

| Min      | 1Q       | Median  | 3Q      | Max     |
|----------|----------|---------|---------|---------|
| -0.59619 | -0.09527 | 0.03135 | 0.12898 | 0.42424 |

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  6.43959    0.01468   t1      pv1
x1           0.40303    0.02076   t2      pv2
x2           0.20019    0.02076   t3      pv3
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: Sig on 165 degrees of freedom
Multiple R-squared:  R2, Adjusted R-squared:  0.7369
F-statistic: 234.9 on 2 and 165 DF, p-value: < 2.2e-16

```

### Spørgsmål VII.1 (17)

Hvad er det samlede antal observationer brugt til estimationen?

- 1  165
- 2  166
- 3  164
- 4  167
- 5  168

### Spørgsmål VII.2 (18)

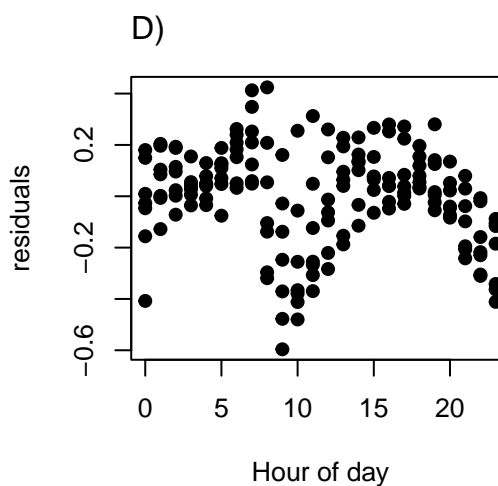
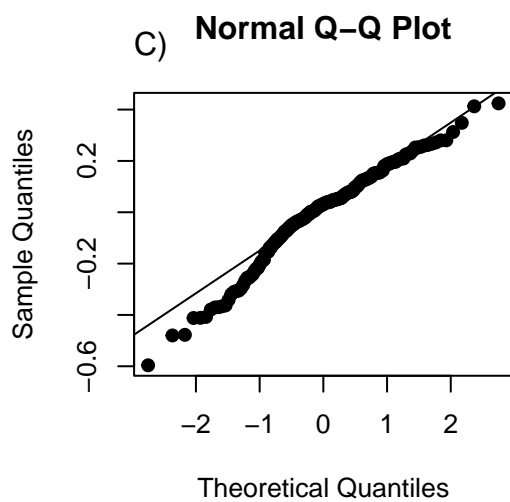
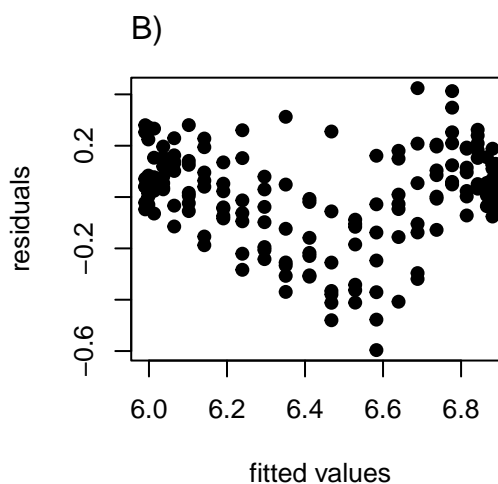
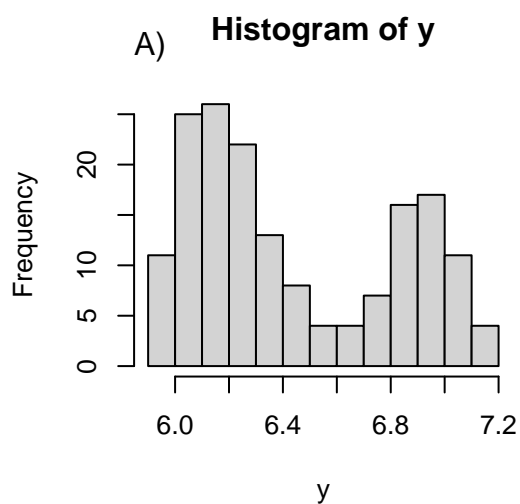
Hvad er rækkefølgen af  $p$ -værdierne ( $pv1$ ,  $pv2$  og  $pv3$ ) i "R-summary'et" ovenfor?

- 1   $pv2 < pv3 < pv1$
- 2   $pv1 < pv2 < pv3$
- 3   $pv1 < pv3 < pv2$
- 4   $pv3 < pv1 < pv2$
- 5   $pv1 < pv2 = pv3$

Fortsæt på side 16

Som en del af modelvalideringen laves nedenstående figur. Figuren viser

- A) Histogram of  $y$  (log-CO<sub>2</sub> koncentrationen)
- B) Residualer som funktion af de fittedede værdier ved brug af modellen
- C) Normal fraktil-fraktil plot af residualerne fra modellen
- D) Residualer fra modellen som funktion af klokkeslæt



Fortsæt på side 17



### Spørgsmål VII.3 (19)

Baseret på graferne i figuren, hvilket af følgende udsagn er korrekt (både udsagnet og figurhenvisningen skal være korrekte)?

- 1  Baseret på figur A bør vi overveje at log-transformere den afhængige variabel
- 2  Residualerne ser ud til at være uafhængige (figur C)
- 3  Normalitetsantagelsen er klart overtrådt (figur A)
- 4  Residualerne ser ud til at være normalfordelte (figur B)
- 5  Der er stadig systematiske effekter relateret til klokkeslæt (figur D)

### Spørgsmål VII.4 (20)

Hvis  $x_1$  og  $x_2$  blev fjernet fra modellen (altså en konstant middel-model), hvad ville standard error relateret til estimatet af  $\beta_0$  så være (hint: variansen af den afhængige er angivet ovenfor)?

- 1  0.0147
- 2  0.00990
- 3  0.00734
- 4  0.0208
- 5  0.0106

Fortsæt på side 18

### Opgave VIII

14 dages engrospriser for elektricitet er sammen med prognoser for vindkraft blevet indsamlet med henblik på at undersøge betydningen af produceret vindkraft på elektricitetspriserne i et givent elektricitetsmarked. Antag at data kan beskrives ved en lineær regression med normalfordelte afvigelser:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i, \text{ hvor } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ og iid}$$

```
wind <- c(1063, 1450, 879, 1980, 406, 1542, 1212,
          1157, 1730, 1105, 775, 856, 802, 851)
elpris <- c(26.84, 24.87, 21.65, 13.26, 24.49, 21.90, 23.29,
            22.47, 19.26, 27.86, 27.96, 20.85, 21.83, 34.04)
```

#### Spørgsmål VIII.1 (21)

Hvad er 99% konfidensintervallet for betydningen af vindkraftsprognosen på elektricitetsprisen? ( $\beta_1$ )?

- 1  [-0.0148, 0.0017]
- 2  [-0.0124, -0.0007]
- 3  [-0.0066, 0.0027]
- 5  [ 21.16, 40.87]
- 4  Vi har ikke tilstrækkeligt information til at bestemme dette.

#### Spørgsmål VIII.2 (22)

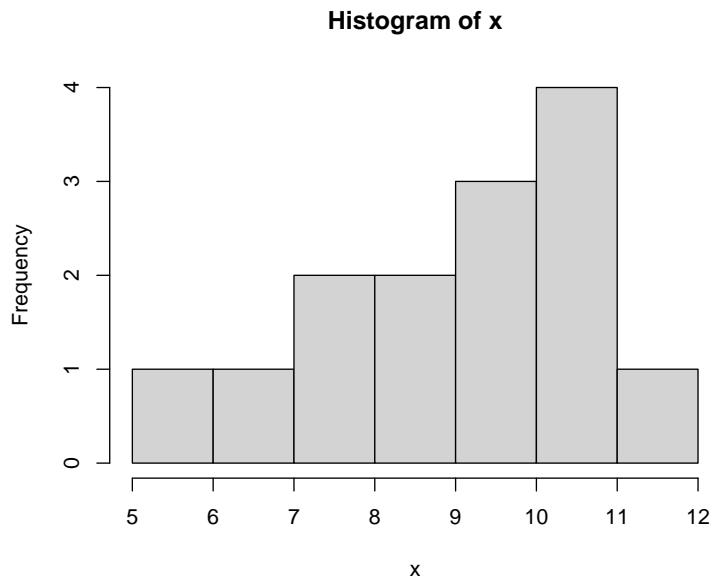
Hvad er 95% prædiktionsintervallet for elektricitetsprisen når vindkraftsprognosen er 1000 MWh?

- 1  [0.70, 12.41]
- 2  [11.41, 37.50]
- 3  [15.15, 33.76]
- 4  [21.95, 26.97]
- 5  [23.98, 38.05]

Fortsæt på side 19

## Opgave IX

En stikprøve blev taget fra en population med middelværdi  $\mu$  og standardafvigelse  $\sigma$ . Histogrammet af stikprøven er



### Spørgsmål IX.1 (23)

Hvor mange observationer er der i stikprøven?

- 1  6
- 2  14
- 3  22
- 4  28
- 5  Dette kan ikke bestemmes med den givne information

Fortsæt på side 20

### Spørgsmål IX.2 (24)

Hvilken en af følgende konklusioner kan drages med den givne information?

- 1  Stikprøvegennemsnittet er 10
- 2  Stikprøvestandardafvigelsen er 4
- 3  25% af observationerne i stikprøven er under 6
- 4  Middelfraktilbredden (Inter Quantile Range (IQR)) er 5
- 5  Alle observationerne i stikprøven er mindre end eller lig 12

### Spørgsmål IX.3 (25)

Hvilken af følgende fordelinger bruges ved beregning af det sædvanlige konfidensinterval for populationens gennemsnit  $\mu$ ?

- 1  En  $\chi^2$ -fordeling
- 2  En  $F$ -fordeling
- 3  En eksponential fordelingen
- 4  En  $t$ -fordeling
- 5  En Poisson fordelingen

Fortsæt på side 21

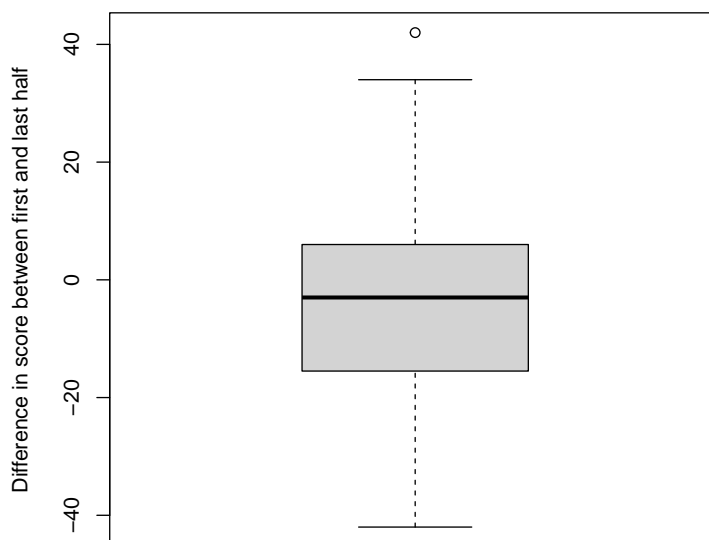
## Opgave X

Efter en multiple-choice eksamen i det indledende statistikkursus på DTU ønskede underviserne at undersøge scoren af forskellige grupper.

Et spørgsmål, de gerne ville besvare, var: Var eleverne bedre til at besvare første halvdel af eksamen (dvs. Spørgsmål 1 til 15) end sidste halvdel (Spørgsmål 16 til 30).

Lad `xfirst` være en vektor med elevernes score i første halvdel af eksamen og tilsvarende `xlast` elevernes score for anden halvdel af eksamen. De observerede forskelle i scoren mellem sidste og første halvdel for alle beståede elever er beregnet og vist med et boxplot ved:

```
x <- xlast - xfirst  
boxplot(x, ylab="Difference in score between first and last half")
```



Fortsæt på side 22

### Spørgsmål X.1 (26)

Hvilken af følgende konklusioner er forkert ud fra informationen i box-plottet?

- 1  Mere end halvdelen af de studerende i stikprøven havde en negativ forskel i score.
- 2  Mere en 20% af de studerende i stikprøven havde en positiv forskel i score.
- 3  Mindst én studerende i stikprøven havde en forskel større end 40 point i score.
- 4  60% af de studerende i stikprøven havde en positiv forskel i score.
- 5  Ingen studerende i stikprøven havde en forskel i score større end 50 point.

### Spørgsmål X.2 (27)

Underviserne ønsker at teste nulhypotesen

$$H_0 : \mu = 0,$$

hvor  $\mu$  er middelværdien af forskellen i score mellem første og sidste del. De ønsker at teste uden brug af fordelingsantagelser om den population, hvor stikprøven er taget fra.

Følgende kode blev kørt:

```
k <- 10000
simsamples <- replicate(k, sample(x, replace = TRUE))

quantile(apply(simsamples, 2, mean), c(0.05, 0.95))

##      5%      95%
## -6.54 -1.21

quantile(apply(simsamples, 2, mean), c(0.025, 0.975))

##   2.5%  97.5%
## -7.05 -0.77

quantile(apply(simsamples, 2, mean), c(0.005, 0.995))

##   0.5%  99.5%
## -8.09  0.23
```

Hvilket af følgende svar er korrekt?

- 1  På et signifikansniveau  $\alpha = 0.1$  detekteres en signifikant forskel i score mellem første og sidste halvdel.

- 2  På et signifikansniveau  $\alpha = 0.025$  detekteres en signifikant forskel i score mellem første og sidste halvdel.
- 3  På et signifikansniveau  $\alpha = 0.01$  detekteres en signifikant forskel i score mellem første og sidste halvdel.
- 4  Der kan ikke drages nogen konklusion, udregningerne opfylder ikke kravene, da der i beregningerne kræves at normalfordeling er antaget.
- 5  Ingen af ovenstående svar er korrekte.

### Spørgsmål X.3 (28)

Underviserne ønskede at undersøge, om forskellen i score mellem første og anden del af eksamen er uafhængig af den enkelte studerendes samlede score. For at undersøge dette blev de studerende opdelt i to grupper: en gruppe, der havde en lav total score, og en anden gruppe, der havde en høj total score.

Scoreforskellene for elever med lav score blev gemt i `xlow` og for højt scorende elever i `xhigh`.

Følgende kode blev kørt:

```
k <- 10000
sim.xlow.samples <- replicate(k, sample(xlow, replace = TRUE))
sim.xhigh.samples <- replicate(k, sample(xhigh, replace = TRUE))

sim.xlow.means <- apply(sim.xlow.samples, 2, mean)
sim.xhigh.means <- apply(sim.xhigh.samples, 2, mean)
sim.dif.means <- apply(sim.xhigh.samples, 2, mean) -
  apply(sim.xlow.samples, 2, mean)

quantile(sim.xlow.means, c(0.025, 0.975))

## 2.5% 97.5%
## -9.23 -2.94

quantile(sim.xhigh.means, c(0.025, 0.975))

## 2.5% 97.5%
## -3.11 1.92

quantile(sim.dif.means, c(0.025, 0.975))

## 2.5% 97.5%
## 1.41 9.56
```

Hvilken af følgende konklusioner, om de to gruppers forskel i middelværdi, er korrekt på signifikansniveau  $\alpha = 0.05$  (både konklusion og argument skal være korrekt)?

- 1  En signifikant forskel mellem de to grupper er ikke detekteret, da deres en-stikprøve konfidensintervaller overlapper hinanden.
- 2  En signifikant forskel mellem de to grupper er detekteret, da deres en-stikprøve konfidensintervaller overlapper hinanden.
- 3  En signifikant forskel mellem de to grupper er detekteret, da det individuelle konfidensinterval for den ene gruppe inkluderer nul, men ikke for den anden gruppe.
- 4  En signifikant forskel mellem de to grupper er detekteret, da konfidensintervallet for forskellen i middelværdi ikke inkluderer nul.
- 5  Ingen af ovenstående konklusioner er korrekte.

Fortsæt på side 25



## Opgave XI

### Spørgsmål XI.1 (29)

Karl spiser müsli om morgenen, men han er kræsen og kan ikke lide rosiner. Hvis vi antager at rosiner fremkommer tilfældigt (dvs. kan beskrives med en Poisson-proces), og at Karls müsliportion i gennemsnit indeholder 4 rosiner, hvad er så sandsynligheden for at Karls portion ingen rosiner indeholder?

- 1  0.001
- 2  0.018
- 3  0.183
- 4  0.250
- 5  0.368

### Spørgsmål XI.2 (30)

Karls søster Karoline elsker rosiner og spiser en müsliportion, som er dobbelt størrelse af Karls. Hvad er sandsynligheden for at hendes portion indeholder fem eller flere rosiner?

- 1  0.092
- 2  0.099
- 3  0.191
- 4  0.809
- 5  0.900

SÆTTET ER SLUT. God sommer!