

# Ugeseddel: Korteste veje

Philip Bille

## Om denne uge

**Litteratur** *Introduction to Algorithms*, Cormen, Rivest, Leisersons og Stein (CLRS): kap. 24 på nær 24.1 og 24.4.

## Opgaver

### 1 Algoritmer og egenskaber

1.1 [o] CLRS 24.3-1 (vis også indhold af prioritetskø).

1.2 [o] CLRS 24.2-1

1.3 CLRS 24.3-2

1.4 CLRS 24.3-4

1.5 Lad  $T$  være et korteste veje træ fra en knude  $s$  i en graf  $G$ . Antag vi adderer alle kantvægte i  $G$  med en konstant  $c$ . Er  $T$  stadig et korteste veje træ?

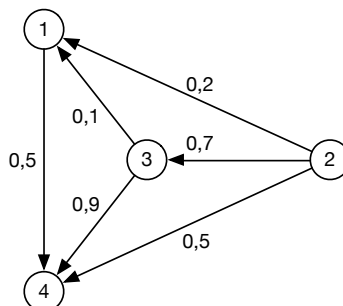
2 **Kabelrutning** Opgave 3 eksamenssættet fra 2012 (hhv. 02326 og 02105)

3 **Længste veje i DAGs** Giv en algoritme til at finde den *længste vej* i en DAG.

4 [C] **Negative kanter** Forklar hvor i beviset for Dijkstras algoritme at vi bruger at kanterne ikke må være negative.

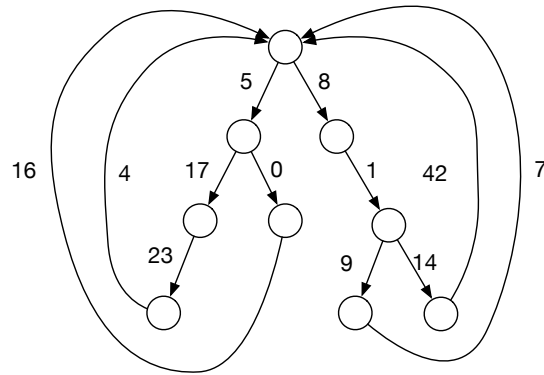
5 **Knudevægtet Dijkstra** Lad  $G$  være en orienteret graf hvor alle knuderne er tilknyttet en ikke-negativ vægt. Vægten af en sti i  $G$  er summen af vægtene af knuderne på stien. Giv en algoritme til at beregne korteste vej mellem to knuder i  $G$ .

6 [\*] **Zombierejser** I den post-apokalyptiske zombieverden har du brug for at finde den sikreste rejse mellem to byer så du forhåbentlig undgår at blive spist af zombier. Du er givet en graf  $G$  hvor hver knude repræsenterer en by og hver kant en vej mellem to byer. Hver kant  $e$  har en *sandsynlig*  $s(e)$ ,  $0 \leq s(e) \leq 1$  for at man overlever turen og ikke bliver spist af zombier. Sandsynlighederne på kanterne er uafhængige og sandsynligheden for overleve en tur langs en vej  $p$  er produktet af sandsynlighederne af kanterne i  $p$ .



Som eksempel, kig på ovenstående graf. Hvis du rejser direkte fra knude 2 til 4 har du 50% chance for at overleve. Hvis du derimod rejser over knude 3 har du  $0,7 \cdot 0,9 = 63\%$  chance for at overleve. Rejser du via 3 og 1 har du kun  $0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 3,5\%$  chance for at overleve. Giv en algoritme, der finder den sikreste vej fra en knude  $s$  til en anden knude  $t$ .

**7 Løkkelige træer** Et *løkket træ* er en vægtet orienteret graf bygget fra et binært træ ved at tilføje en kant fra hvert blad tilbage til roden. Alle kanter har ikke-negative vægte.



7.1 Hvor lang tid bruger Dijkstra's algoritme på at beregne korteste veje fra en knude  $s$  i et løkket træ?

7.2 [\*] Giv en hurtigere algoritme.