

Ugeseddel: Korteste veje

Philip Bille

Om denne uge

Litteratur *Introduction to Algorithms*, Cormen, Rivest, Leisersons og Stein (CLRS): kap. 24 på nær 24.1 og 24.4.

Opgaver

1 Algoritmer og egenskaber

1.1 [o] CLRS 24.3-1 (vis også indhold af prioritetskø).

1.2 [o] CLRS 24.2-1

1.3 CLRS 24.3-2

1.4 CLRS 24.3-4

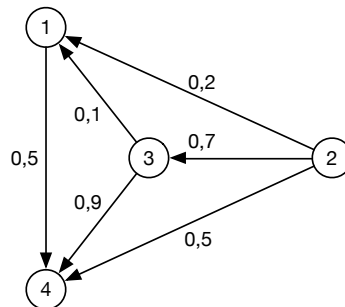
1.5 Lad T være et korteste veje træ fra en knude s i en graf G . Antag vi adderer alle kantvægte i G med en konstant c . Er T stadig et korteste veje træ?

2 **Kabelrutning** Opgave 3 eksamenssættet fra 2012 (hhv. 02326 og 02105)

3 **Længste veje i DAGs** Giv en algoritme til at finde den *længste vej* i en DAG.

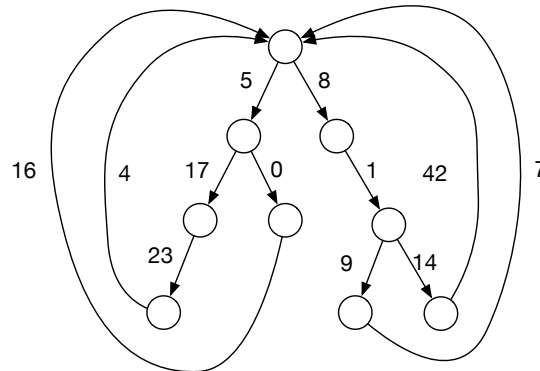
4 [C] **Negative kanter** Forklar hvor i beviset for Dijkstras algoritme at vi bruger at kanterne ikke må være negative.

5 [*] **Zombierejser** I den post-apokalyptiske zombieverden har du brug for at finde den sikreste rejse mellem to byer så du forhåbentlig undgår at blive spist af zombier. Du er givet en graf G hvor hver knude repræsenterer en by og hver kant en vej mellem to byer. Hver kant e har en *sandsynlig* $s(e)$, $0 \leq s(e) \leq 1$ for at man overlever turen og ikke bliver spist af zombier. Sandsynlighederne på kanterne er uafhængige og sandsynligheden for overleve en tur langs en vej p er produktet af sandsynlighederne af kanterne i p .



Som eksempel, kig på ovenstående graf. Hvis du rejser direkte fra knude 2 til 4 har du 50% chance for at overleve. Hvis du derimod rejser over knude 3 har du $0,7 \cdot 0,9 = 63\%$ chance for at overleve. Rejser du via 3 og 1 har du kun $0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 3,5\%$ chance for at overleve. Giv en algoritme, der finder den sikreste vej fra en knude s til en anden knude t .

6 Løkkelige træer Et *løkket træ* er en vægtet orienteret graf bygget fra et binært træ ved at tilføje en kant fra hvert blad tilbage til roden. Alle kanter har ikke-negative vægte.



6.1 Hvor lang tid bruger Dijkstras algoritme på at beregne korteste veje fra en knude s i et løkket træ?

6.2 [*] Giv en hurtigere algoritme.

7 Frivillig afleveringopgave: Knudevægtet Dijkstra Lad G være en orienteret graf hvor alle knuderne er tilknyttet en ikke-negativ vægt. Vægten af en sti i G er summen af vægtene af knuderne på stien. Giv en algoritme til at beregne korteste vej mellem to knuder i G .